ASIGNATURA: **MATEMÁTICAS EMPRESARIALES**
PROFESOR: **CHEMA SERRANO**

Soluciones

MATEMÁTICAS EMPRESARIALES
Grado en ADE 1º C

Vicálvaro, 22 de Enero de 2022

APELLIDOS: ______
NOMBRE: ______
DNI: ______ GRUPO: ______

1. Dado el subespacio vectorial: $S = \{(x, y, z) \in R^3 \,/\, x - y = 0 ;\ 2y - z = 0\}$, determine la dimensión y una base del mismo. **(2 puntos)**

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ 2y - z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y \\ z = 2y = 2x \end{cases}$$

$$Dim(S) = 3 - 2 = 1$$

$$S = \{\bar{x} \in \mathbb{R}^3 / \bar{x} = (x = y,\ y,\ z = 2y)\}$$

$$B = \{(1, 1, 2)\}$$

2. Utilizando la matriz diagonal semejante, calcule $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}^{1000}$. **(2 puntos)**

$$|A - \lambda I| = 0 = \begin{vmatrix} -\lambda & -1 \\ -1 & -\lambda \end{vmatrix} = 0 = \lambda^2 - 1 \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 1 \\ \lambda_2 = -1 \end{cases}$$

Diagonalizable: $\Lambda = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

$$S_{\lambda_1}(\bar{x}) = \{\bar{x} \in \mathbb{R}^2 / (A - I)x = 0\} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$= \begin{cases} -x_1 - x_2 = 0 \\ \cancel{-x_1 - x_2 = 0} \end{cases} \Rightarrow \{x_2 = -x_1 \ ; \quad B = \{(1, -1)\}$$

$$S_{\lambda_2}(\bar{x}) = \{\bar{x} \in \mathbb{R}^2 / (A + I)x = 0\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$= \begin{cases} x_1 - x_2 = 0 \\ -x_1 + x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \{x_2 = x_1 \Rightarrow B = \{(1, 1)\}$$

ASIGNATURA: **MATEMÁTICAS EMPRESARIALES**
PROFESOR: **CHEMA SERRANO**

$$A^{1000} = P\Lambda^{1000}P^{-1}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}^{1000} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 1^{1000} & 0 \\ 0 & (-1)^{1000} \end{pmatrix}}_{I} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} =$$

$$= P \cdot P^{-1} = I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Dada la función $f(x,y,z) = x^2 + 2y^2 + 2xz - yz$, halle sus puntos críticos y clasifíquelos. **(2 puntos)**

$$\nabla f(\bar{x}) = (2x+2z,\ 4y-z,\ 2x-y)$$

$$Hf(\bar{x}) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

CN

$$\left.\begin{array}{l} 2x+2z=0 \\ 4y-z=0 \\ 2x-y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} y=2x \\ y+2z=0 \\ 4y-z=0 \\ \hline 9y=0 \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} y=0 \\ x=0 \\ z=0 \end{array}\right.$$

PUNTO CRÍTICO: $P(0,0,0)$

$$Hf(0,0,0) = Hf(\bar{x}) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \left\{\begin{array}{l} A_1 = 2>0 \\ A_2 = 8>0 \\ A_3 = -16-2<0 \end{array}\right.$$

Punto de Silla

4. Resuelve **UNA** de las dos integrales siguientes: a) $\int \frac{L(x)}{x} dx$ b) $\int \frac{9+3x}{1+x^2} dx$. **(1 punto)**

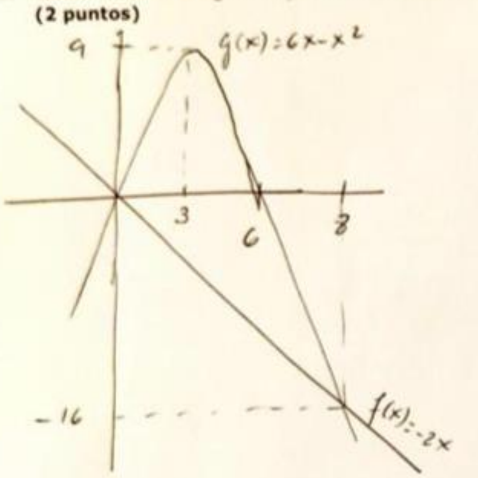
ASIGNATURA: **MATEMÁTICAS EMPRESARIALES**
PROFESOR: **CHEMA SERRANO**

$$\cdot \int \frac{L(x)}{x} dx = \int \frac{1}{x} \cdot L(x)\, dx = \frac{L^2(x)}{2} + C$$

$$\cdot \int \frac{9+3x}{1+x^2} dx = 9 \int \frac{1}{1+x^2} dx + \frac{3}{2} \int \frac{2x}{1+x^2} dx =$$

$$= 9 \operatorname{Arctg} x + \frac{3}{2} L(1+x^2) + C$$

5. Calcule el área de la región comprendida entre las gráficas de las dos funciones: $f(x) = -2x$, y $g(x) = 6x - x^2$.
(2 puntos)



$$g(x) = x(6-x)$$

$$\int_0^8 (6x-x^2)-(-2x)\, dx = \int_0^8 -x^2+8x\, dx = \left.\frac{-x^3}{3}\right]_0^8 + \left.\frac{8}{2} x^2\right]_0^8 =$$

$$= \frac{-1}{3}(8^3) + 4(8^2) = \frac{256}{3} = 85'\overline{33}$$

6. Calcule $\int_a^b \frac{f'(x)}{f(x)} dx$, sabiendo que $f(b) = 2f(a)$. **(1 punto)**

$$\int_a^b \frac{f'(x)}{f(x)} dx = L|f(x)|\Big]_a^b = L|f(b)| - L|f(a)| = L|2f(a)| - L|f(a)| =$$